

МАТЕМАТИКА

1. [1,3 балл]

Если для натуральных чисел a и b верно равенство $a \cdot b = 30$, то **найдите наименьшее возможное значение выражения $a + 2b - 1$.**

- A) 15
- B) 31
- C) 12
- D) 16

2. [2,2 балл]

Вычислите: $7,2(1) - 4,4(2) + \frac{31}{90}$

- A) 3,1(3)
- B) 2,1(3)
- C) 2,1(2)
- D) 3,1(2)

3. [2,2 балл]

Магазин за 3 дня продал всего 175 kg картошки. Если во второй день продали в 1,5 раза больше килограмм картошки, чем в третий, а в первый день продали в 2,4 раза меньше килограмм картошки, чем во второй, то **сколько килограмм картошки продал магазин в первый день?**

- A) 56
- B) 44
- C) 35
- D) 27

4. [2,2 балл]

На пол комнаты положили ковёр длиной 2,4 m и шириной 4 m. Если длина комнаты 4 m, а ширина 6 m, то **сколько процентов от площади пола комнаты покрыл ковёр?**

- A) 55
- B) 40
- C) 60
- D) 45

5. [1,3 балл]
 Найдите значение выражения: $(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}})^2$
- A) 22
 B) 11
 C) 7
 D) 14
6. [1,3 балл]
 Расположите в порядке возрастания числа:
 $a = 6, b = 4\sqrt{2}, c = 2\sqrt{10}$
- A) $a < b < c$
 B) $b < a < c$
 C) $c < a < b$
 D) $c < b < a$
7. [2,2 балл]
 Упростите: $(\sqrt{7} + 1 - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3} - 1)$
- A) $3 - 2\sqrt{3}$
 B) $5 + 2\sqrt{3}$
 C) $5 - 2\sqrt{3}$
 D) $3 + 2\sqrt{3}$
8. [2,2 балл]
 Если в арифметической прогрессии $\{a_n\}$ верны равенства $a_{10} + a_{12} = 25$ и $a_{20} + a_{22} = 45$, то найдите значение $a_{11} + a_{21}$.
- A) 30
 B) 25
 C) 20
 D) 35

9. [2,2 балл]

Если в геометрической прогрессии $\{b_n\}$ верны равенства $b_3 = 18$ и $S_3 = 26$, то **найдите значение** b_1 .

- A) 4 или 64
- B) 2 или 32
- C) 8 или 16
- D) 6 или 36

10. [1,3 балл]

Если $x - y = 5$, то **найдите значение** $6x + 5 - 6y$.

- A) 40
- B) 35
- C) 25
- D) 30

11. [2,2 балл]

Если $n = -3$, $m = -2$ и $k = 3$, то **найдите значение выражения** $\left(\frac{4n^2}{m}\right)^2 \cdot \frac{k}{m^2 n^2} : \frac{k^3}{(mn)^3} \cdot \frac{mk^2}{n^3}$.

- A) -48
- B) 288
- C) 48
- D) 144

12. [1,3 балл]

Упростите: $\frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha}$

- A) $\operatorname{ctg} \alpha$
- B) $\operatorname{tg} \alpha$
- C) $2 \operatorname{ctg} \alpha$
- D) $2 \operatorname{tg} \alpha$

13. [2,2 балл]
 Вычислите: $2 \cdot \left(\sin^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8} \right)$
- A) 2
 B) 1
 C) 3,5
 D) 3
14. [2,2 балл]
 Найдите сумму всех действительных корней (или корень, если он единственный) уравнения $3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 3^{x-2} = 0$.
- A) -1
 B) 0,5
 C) 0
 D) 1
15. [2,2 балл]
 Сколько действительных корней имеет уравнение $\log_7(3x + 5) + \sqrt{\log_7^2(2x + 5)} = 0$?
- A) 3
 B) 0
 C) 2
 D) 1
16. [1,3 балл]
 Если x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 - 5x - 3 = 0$, то вычислите значение $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
- A) $\frac{5}{3}$
 B) $\frac{3}{5}$
 C) $-\frac{3}{5}$
 D) $-\frac{5}{3}$

17.

[2,2 балл]

Найдите сумму действительных корней уравнения $\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = 10 \left(\frac{x}{3} - \frac{4}{x} \right)$.

- A) 6
- B) -1
- C) 4
- D) 10

18.

[1,3 балл]

Решите неравенство $\sqrt{x+18} < 2-x$.

- A) (-18; -1)
- B) [-18; +∞)
- C) [-18; -2)
- D) (-18; 2)

19.

[2,2 балл]

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\frac{5x+3}{x^2+x-2} > 1$.

- A) 14
- B) 9
- C) 10
- D) 15

20.

[1,3 балл]

Какая из данных функций является **нечётной**?

- A) $y = x^4 + ctgx$
- B) $y = \frac{x^2}{1 + lgx}$
- C) $y = \sqrt{x} + x^4$
- D) $y = \sin x \cdot (1 + x^2)$

21. [2,2 балл]
 Если $f(x) = x^2 - 1$ и $g(x) = 3 - 2x$, то найдите $f(g(x))$.
- А) $5 - 2x^2$
 В) $4x^2 + 12x - 8$
 С) $4x^2 - 6x + 8$
 D) $4x^2 - 12x + 8$
22. [2,2 балл]
 Если $f(t) = t^4 - 2t^2 + 1$, то вычислите значение $f'(1)$.
- А) 4
 В) 8
 С) 0
 D) 2
23. [2,2 балл]
 Найдите первообразную функции $f(x) = \frac{1}{1 - \cos(-x + 8\pi)}$.
- А) $\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$
 В) $-\operatorname{ctg} \frac{x}{2} + C$
 С) $-\operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$
 D) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + C$
24. [1,3 балл]
 Если разность двух смежных углов равна 20° , то найдите величину меньшего из них.
- А) 70°
 В) 90°
 С) 60°
 D) 80°

25.

[1,3 балл]

Медиана BD равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$), равна 4 см. Если периметр треугольника ABD равен 12 см, то **найдите периметр (см) треугольника ABC** .

- A) 18
- B) 16
- C) 9
- D) 8

26.

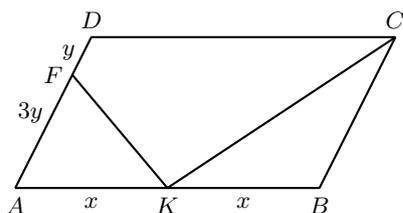
[2,2 балл]

Окружность разделили тремя точками на дуги, в отношении $13 : 14 : 9$ и построили треугольник с вершинами в этих точках. Если длина меньшей стороны данного треугольника равна $\sqrt[4]{12}$ см, то **найдите площадь (см²) правильного треугольника, описанного около данной окружности**.

- A) 9
- B) $3\sqrt{3}$
- C) $2\sqrt[4]{3}$
- D) 36

27.

[2,2 балл]



Если площадь параллелограмма $ABCD$, изображённого на рисунке, равна 64 см^2 , то **найдите площадь (см²) четырёхугольника $FKCD$** .

Здесь $\frac{AF}{FD} = 3$, $\frac{AK}{KB} = 1$.

- A) 36
- B) 28
- C) 48
- D) 52

28. [2,2 балл]
- В правильный восьмиугольник вписана и около него описана окружности. Если радиус вписанной окружности $r = 2 + \sqrt{2}$ см, то **найдите площадь (см²) кольца**, образованного данными двумя окружностями.
- A) 2π
 B) $\sqrt{2}\pi$
 C) 8π
 D) 4π
29. [2,2 балл]
- Дана плоскость α и не пересекающий её отрезок AB . Кратчайшие расстояния от концов отрезка AB до плоскости α $AA_1 = 2$ см и $BB_1 = 7$ см. Отрезок AB разделили точкой C в отношении $3 : 2$, считая от вершины A .
- Найдите кратчайшее расстояние (см) от точки C до плоскости α .**
- A) 4,5
 B) 4
 C) 5
 D) 3
30. [2,2 балл]
- Если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, а угол между этими векторами равен 60° , то **найдите длину вектора** $5\vec{a} - \vec{b}$.
- A) 9
 B) $\sqrt{41}$
 C) 21
 D) $\sqrt{541}$
31. [2,2 балл]
- Пусть $U = \{x \mid -10 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}$ универсальное множество, а множества $A = \{x \mid -7 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$ и $B = \{x \mid -3 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{Z}\}$ являются его подмножествами.
- Найдите количество элементов множества $(A \cup B)'$.**
- Здесь множество $(A \cup B)'$ является дополнением множества $A \cup B$.
- A) 8
 B) 4
 C) 2
 D) 6

32.

[2,2 балл]

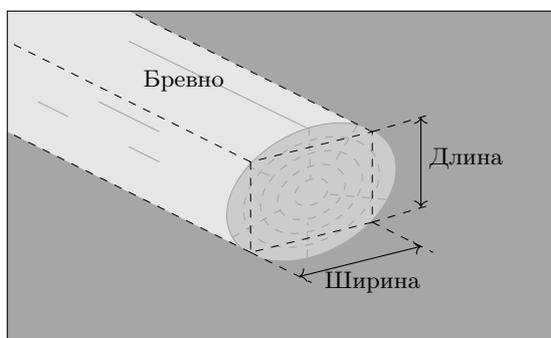
В мешке находятся по 8 штук белых и красных шаров.

Найдите вероятность того, что наугад последовательно выбранные 2 шара окажутся белыми.

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{1}{8}$
- C) $\frac{7}{15}$
- D) $\frac{7}{30}$

Правильно соотнесите задания (33-35) и варианты ответов (A-F).

Из бревна, цилиндрической формы, длиной 6 м и радиусом основания 5 dm вырезали столб в форме прямоугольного параллелепипеда наибольшего возможного объёма, как показано на рисунке.



- A) 50
- B) 3
- C) 30
- D) 25
- E) $33\frac{1}{3}$
- F) 3000

33. [2,2 ball]

Найдите площадь (dm^2) основания получившегося столба.

34. [2,2 ball]

Найдите объём (m^3) получившегося столба.

35. [2,2 ball]

Сколько процентов объёма цилиндрического бревна было срезано, чтобы получить столб в форме прямоугольного параллелепипеда? (Примите $\pi \approx 3$)

36. Решите уравнение: $(x - 1)^4 + 2x = x^2 + 73$

[1,5 ball]

а) Сколько действительных корней имеет уравнение?

Ответ: а) _____

[1,7 ball]

б) Найдите произведение действительных корней уравнения.

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

37. Решите уравнение: $\sin 7x \cdot \cos x = \sin 6x$

[1,5 ball]

а) Найдите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ: а) _____

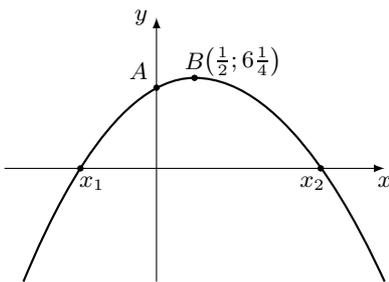
[1,7 ball]

б) Сколько действительных корней имеет уравнение на отрезке $x \in [-\pi; \pi]$?

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

38. На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + 6$. Вершина параболы расположена в точке $B\left(\frac{1}{2}; 6\frac{1}{4}\right)$, график функции $f(x)$ пересекает ось Oy в точке A , а ось Ox в точках с абсциссами x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$).



[1,5 ball]

а) Найдите $\frac{x_2}{x_1}$.

Ответ: а) _____

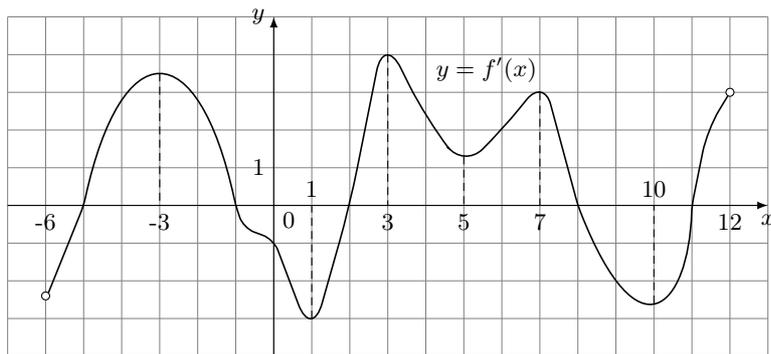
[1,7 ball]

б) Найдите расстояние между точками A и B .

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

39. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$, определённой на промежутке $(-6; 12)$. Здесь $y = f'(x)$ является производной функции $y = f(x)$.



[1,5 ball]

- а) Найдите количество точек локального максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-6; 12)$.

Ответ: а) _____

[1,7 ball]

- б) Найдите количество точек локального минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-6; 12)$.

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

40. Даны функции $f(x) = 2\sqrt{x}$ и $g(x) = 2x$.

[1,5 ball]

- а) Сколько общих точек имеют функции $f(x)$ и $g(x)$?

Ответ: а) _____

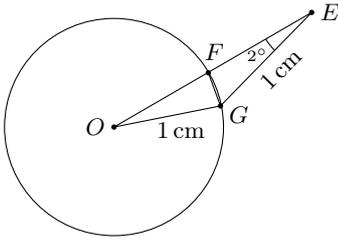
[1,7 ball]

- б) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x)$ и $g(x)$.

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

41. На рисунке изображена окружность радиусом 1 см, центр которой находится в точке O . Точки F и G принадлежат окружности, а точки O , F и E лежат на одной прямой. Здесь $\angle GEF = 2^\circ$, а $GE = 1$ см.



[1,5 ball]

- а) Найдите величину $\angle EGF$.

Ответ: а) _____

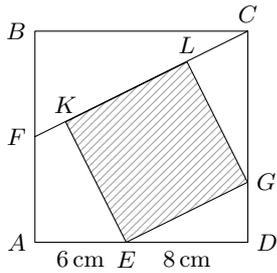
[1,7 ball]

- б) Найдите величину $\angle EFG$.

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

42. Во внутренней области квадрата $ABCD$ расположен квадрат $KLGE$ как показано на рисунке. Здесь $AE = 6$ см и $ED = 8$ см.



[1,5 ball]

- а) Найдите длину (см) отрезка CG .

Ответ: а) _____

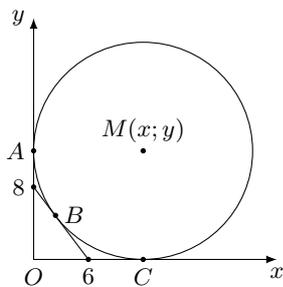
[1,7 ball]

- б) Найдите площадь (cm^2) квадрата $KLGE$.

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

43. На координатной плоскости построена окружность с центром в точке M , касающаяся оси Oy в точке A и касающаяся оси Ox в точке C (рисунок). Отрезок, концы которого находятся в точках с координатами $(6;0)$ и $(0;8)$, касается окружности в точке B .



[1,5 ball]

- а) Найдите радиус окружности.

Ответ: а) _____

[1,7 ball]

- б) Найдите расстояние от центра окружности до точки начала координат.

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

44. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной в точке S , длина бокового ребра в 2 раза больше стороны основания. В треугольнике SAB построена высота AH , а в треугольнике ABC построена медиана BM .

[1,5 ball]

- а) Найдите отношение длины отрезка AH к длине отрезка BH .

Ответ: а) _____

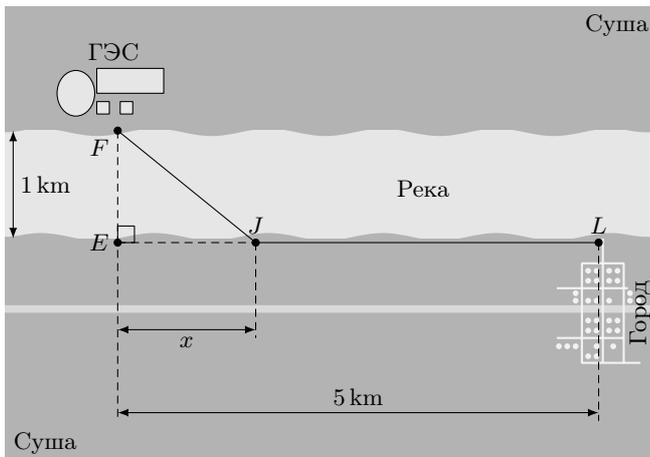
[1,7 ball]

- б) Найдите отношение отрезка MH к длине отрезка BH .

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.

45. Для проведения электроэнергии от электростанции (ГЭС) к городу было использовано два вида кабеля. Для проведения под водой, вдоль отрезка FJ , использован водонепроницаемый кабель, стоимость которого 7500\$ за 1 километр. Для проведения по суше (под землёй), вдоль отрезка JL , использован обычный кабель, стоимость которого 6000\$ за 1 километр. Здесь ширина реки $FE=1$ km, $EL=5$ km и $EL \perp FE$. На проведение электроэнергии от электростанции в точке F до города, в точке L было потрачено наименьшее возможное количество денег (\$).



[1,5 ball]

- а) Сколько денег (\$) было потрачено на обычный кабель, проведённый по суше, вдоль отрезка JL ?

Ответ: а) _____

[1,7 ball]

- б) Сколько денег (\$) было потрачено на водонепроницаемый кабель, проведённый вдоль отрезка FJ ?

Ответ: б) _____

Внимание! Перенесите ваши ответы в лист ответов.